

# Polinomios

GEMA 1200 - Fundamentos del Álgebra

Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Aguadilla

# ¿Qué es un polinomio?

Un polinomio es una expresión matemática que involucra una suma de términos (conocidos como monomios), cada uno de los cuales es el producto de una constante y una o varias variables elevadas a una potencia entera no negativa.

La forma general de un polinomio es:

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ , donde los coeficientes  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$  son números reales y los exponentes son enteros no negativos.

Los polinomios son fundamentales en muchos aspectos de las matemáticas y la ciencia porque pueden ser utilizados para modelar una amplia variedad de fenómenos.

# Ejemplo

Indique si las siguientes expresiones son polinomios:

- $5x^2 + 7x^3 + 2$

- $-9x^2y^2 - \pi xy + 3$

- $\frac{x^2}{3} + 2$

- $\frac{1}{x^2} + 3x + 5$

- $x^{\frac{2}{3}} + 7x^2 + e$

# Respuestas de Ejemplo

- Sí
- Sí
- Sí
- No, ya que hay exponente negativo.  $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$
- No, ya que hay exponente no entero.  $(x^{\frac{2}{3}})$

# Componentes de un polinomio

Como antes mencionado, cada polinomio se compone de uno o más términos, conocidos también como monomios. Llamamos binomio a una expresión con dos monomios y trinomio a una con tres. Si tiene más de tres términos se le llama según su número de términos, por ejemplo, "polinomio de seis términos".

Para polinomios de una sola variable, el grado del polinomio es el máximo de los exponentes en los distintos monomios del polinomio.

El término líder es el término con el grado más alto, y su coeficiente es el coeficiente líder. El término constante es el término que no contiene ninguna variable.

## Ejemplo de los componentes de un Polinomio de una sola variable: Suma de monomios

$$3x^2 - 2x + 1 \longrightarrow 3x^2, -2x, 1$$

Podemos ver que el polinomio(trinomio)  $3x^2 - 2x + 1$  es en realidad la suma de tres monomios:  $3x^2$ ,  $-2x$  y  $1$ . En este caso el termino líder sería  $3x^2$ , el coeficiente líder  $3$  y el termino constante  $1$ . Además, este polinomio(trinomio) es de grado  $2$ .

# Grado y coeficiente líder en polinomios multivariados

En un polinomio con más de una variable, para determinar el grado sumamos los exponentes de las variables en cada término. El grado del polinomio será el mayor de estos totales.

Por ejemplo, para el polinomio  $2x^3y^2 - 3x^2y^3 + 4x - 5$ , los grados de los términos son 5, 5, 1, y 0 respectivamente, por lo que el grado del polinomio es 5.

El coeficiente líder es el coeficiente del término con mayor grado. Si hay más de un término con el mismo grado mayor, seleccionamos uno de ellos arbitrariamente.

En nuestro ejemplo, los dos primeros términos tienen el mismo grado mayor, por lo que podríamos decir que el coeficiente líder es 2 o -3, según el término que elijamos.

## Ejemplo: Clasificar polinomios

Considera el polinomio  $3x^4 - 2x^3 + x - 7$ .

- Indique el grado.
- Indique el término líder.
- Indique el coeficiente líder.
- Indique el término constante.

## Ejemplo Resuelto: Clasificar polinomios

Considera el polinomio  $3x^4 - 2x^3 + x - 7$ .

**Respuesta:**

- Es un polinomio de grado 4.
- El término líder es  $3x^4$ .
- El coeficiente líder es 3.
- El término constante es -7.

## Ejemplo: Clasificar polinomios multivariados

Considera el polinomio  $-2x^2y^3 + 4x^3y^5 + xy - 3$ .

- Indique el grado.
- Indique el término líder.
- Indique el coeficiente líder.
- Indique el término constante.

## Ejemplo Resuelto: Clasificar polinomios multivariables

Considera el polinomio  $-2x^2y^3 + 4x^3y^5 + xy - 3$ .

**Respuesta:**

- Es un polinomio de grado  $5+3=8$ .
- El termino lider es  $4x^3y^5$ .
- El coeficiente líder es 4.
- El término constante es -3.

## Práctica: Clasificar polinomios

Haga lo mismo para los siguiente ejercicios:

- 1 Clasifica el polinomio  $2x^3 - x^2 + 4x - 1$ .
- 2 Clasifica el polinomio  $5x^2y - 3x + 2xy^5 + 2$ .
- 3 Clasifica el polinomio  $4x^5y^2z - 3x^3y^2z^2 + 2x^2z - xy + 1$ .