

Valor Absoluto

GEMA 1000 - Razonamiento Cuantitativo

Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Aguadilla

Contestaciones Lección Anterior (Propiedades de los Números Reales)

- $4 + (7 + 9) = (7 + 9) + 4$
- $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2$
- $(4 + 5) + 6 = 4 + (5 + 6)$

Contestaciones Lección Anterior (Propiedades de los Números Reales)

- $4 + (7 + 9) = (7 + 9) + 4$

Contestación: Aquí se usó la propiedad conmutativa de la suma. Se cambió el orden del 4 y el (7+9). Si nombramos $4=a$ y $(7+9) = b$ nos está diciendo, precisamente, que $a+b=b+a$.

- $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2$

Contestación: Para la primera igualdad se usó la propiedad distributiva. Recuerda que esta es la única que involucra las dos operaciones (suma y multiplicación) a la vez. Si llamamos $2=a$, $3=b$, $5=c$ se tiene que $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

Para la próxima igualdad se usó la propiedad conmutativa de multiplicación que nos dice que $a \cdot b = b \cdot a$ y $a \cdot c = c \cdot a$ respectivamente.

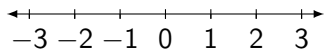
- $(4 + 5) + 6 = 4 + (5 + 6)$

Contestación: Aquí se usó la propiedad asociativa de la suma. Nota que lo que cambió fue el agrupamiento(o sea, los paréntesis). Primero se estaba agrupando el 4 con el 5 y en la derecha se agruparon el 5 con el 6.

Introducción al Valor Absoluto

Comencemos con una pregunta: ¿qué es el valor absoluto?

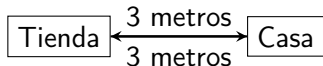
Podemos pensar en el valor absoluto como la “distancia” de un número a cero y visualizar esta distancia usando la recta numérica.



La distancia siempre es una medida positiva, sin importar la dirección. De manera similar, el valor absoluto de un número siempre es un número positivo.

El Valor Absoluto en la Vida Cotidiana

Imagina que vives a 3 metros al este de una tienda. Podrías representar tu posición como +3 y la posición de la tienda como 0.



Si decides moverte 3 metros al oeste (en la dirección opuesta), puedes representar este movimiento como -3.

No obstante, si alguien te pregunta qué tan lejos estás de la tienda, aún dirías "3 metros". Esto es porque la distancia es siempre una medida positiva.

Definición Formal del Valor Absoluto

Formalmente el valor absoluto se define de la siguiente manera:

Dado un número real x , definimos el valor absoluto de x , denotado por $|x|$, como:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

En otras palabras, si x es positivo o cero, $|x|$ es simplemente x . Si x es negativo, $|x|$ es el negativo de x , que es un número positivo.

Nota entonces que ,en base a la definición, siempre nos da un numero positivo. Por ejemplo, $|5| = 5$, ya que $5 \geq 0$ y $|-5| = -(-5) = 5$, ya que $-5 < 0$.

Esto fue usando la definición, pero se resume con la noción de distancia antes mencionada.

Ejemplos de Valor Absoluto

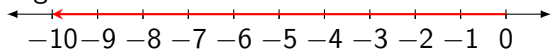
- Evalúe $|-10|$:

- Evalúe $|6|$ y $|-6|$:

- Evalúe $|3-7|$ y $|7-3|$:

Respuestas

- $|-10| = 10$. Aunque -10 está en la dirección opuesta de 0 , su distancia a 0 sigue siendo 10 .

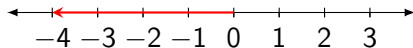


- $|6| = 6$ y $|-6| = 6$. En la recta numérica, ambos 6 y -6 están a la misma distancia de 0 , y esa distancia es 6 .



- $|3 - 7| = |-4| = 4$ (La distancia entre 3 y 7). La suma de 3 y -7 nos da -4 , y su valor absoluto es la distancia de -4 a 0 .

Nota que $|3 - 7| = |7 - 3| = 4$ (o sea, que la distancia entre 3 y 7 es la misma que entre 7 y 3)



Esto ejemplifica una propiedad importante del valor absoluto. Para números reales a , b $|a - b| = |b - a|$

Ejercicios de Práctica

Es tu turno de practicar. Recuerda, siempre estamos interesados en la “distancia” al cero, y esa distancia siempre será un número positivo. Nos vemos en la próxima lección para revisar las respuestas.

- 1 ¿Cuál es el valor absoluto de -8 ?
- 2 Evalúe $|-2 + 5|$
- 3 Evalúe $|3 - 10|$
- 4 Evalúe $-|-11|$
- 5 Evalúe $|-|-32||$