Factorización mediante Formulas

GEMA 1200 - Fundamentos del Álgebra

Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Aguadilla

Ejercicios de Practica Lección Anterior(Agrupación)

Ejercicio 1

$x^3 - 3x^2 + 2x - 6$

Ejercicio 1 Resuelto

$x^3 - 3x^2 + 2x - 6$

Respuesta: Agrupemos los términos x^3, $-3x^2$ en un grupo y $2x$, 6 en otro grupo. De aquí, obtenemos:

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = (x^3 - 3x^2) + (2x - 6)$$

Nota que ahora, en el grupo de la izquierda el factor común sería x^2 y en la derecha es 2. Por lo tanto,

$$= x^2(x - 3) + 2(x - 3)$$

$$= (x - 3)(x^2 + 2)$$

Continuación Ejercicios de Agrupación

Ejercicio 2

$6x^3 + 2x^2 - 15x - 5$

Ejercicio 2 Resuelto

$6x^3 + 2x^2 - 15x - 5$

Respuesta: Agrupemos los términos $6x^3, 2x^2$ en un grupo y $-15x, -5$ en otro(teniendo cuidado con los signos). De aquí obtenemos:

$$6x^3 + 2x^2 - 15x - 5 = (6x^3 + 2x^2) + (-15x - 5)$$

o

$$= (6x^3 + 2x^2) - (15x + 5)$$

Nota que ahora, en el grupo de la izquierda el factor común seria $2x^2$ y en la derecha -5(usando la forma antes del o). Por lo tanto,

$$= 2x^2(3x + 1) + -5(3x + 1)$$

$$= (2x^2 - 5)(3x + 1)$$

Continuación Ejercicios de Agrupación

Ejercicio 3

$4x^3 + 2x^2 - 8x - 4$

Ejercicio 3 Resuelto

$4x^3 + 2x^2 - 8x - 4$

Respuesta: Agrupemos los términos $4x^3, 2x^2$ en un grupo y -8x,-4 en otro(teniendo cuidado con los signos). De aqui obtenemos:

$$4x^3 + 2x^2 - 8x - 4 = (4x^3 + 2x^2) + (-8x - 4)$$

Nota que ahora, en el grupo de la izquierda el factor común seria $2x^2$ y en la derecha -4. Por lo tanto,

$$= 2x^2(2x + 1) + -4(2x + 1)$$

$$= (2x^2 - 4)(2x + 1)$$

De la izquierda ahora se puede sacar de factor común 2. Por lo tanto,

$$= (2x^2 - 4)(2x + 1) = 2(x^2 - 2)(2x + 1)$$

(Una observación a hacer es que también se pudo haber agrupado el $4x^3$ con el -8x en un grupo y en otro el $2x^2$ con el -4 y se llega al mismo resultado.)

Introducción

Un tipo especial de factorización involucra el uso de fórmulas especiales, que nos permiten descomponer rápidamente polinomios en factores. Estas fórmulas son aplicables para casos específicos y pueden hacer que el proceso de factorización sea mucho más eficiente.

Fórmulas Especiales

A continuación se presentan algunas de las fórmulas especiales más comunes en la factorización:

Tipo de Polinomio	**Fórmula de Factorización**
Diferencia de cuadrados	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
Cuadrado perfecto	$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
Cuadrado perfecto	$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
Diferencia de cubos	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
Suma de cubos	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Ejemplos

Vamos a ver algunos ejemplos de cómo aplicar estas fórmulas.

Ejemplo 1

Factorizar $x^2 - 4$

Ejemplo 1 Resuelto

$x^2 - 4$

Respuesta:

$$x^2 - 4 = (x)^2 - 2^2$$

$$= (x + 2)(x - 2)$$

Ejemplo 2

Factorizar $x^2 + 2x + 1$

Ejemplo 2 Resuelto

$x^2 + 2x + 1$

Respuesta:

$$x^2 + 2x + 1 = (x)^2 + 2(x)(1) + 1^2$$

$$= (x + 1)^2$$

Ejemplo 3

Factorizar $8x^3 - 27$

Ejemplo 3 Resuelto

$8x^3 - 27$

Respuesta:

$$8x^3 - 27 = (2x)^3 - 3^3$$

$$= (2x - 3)[(2x)^2 + (2x \cdot 3) + 3^2]$$

$$= (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$$

Ejercicios de Práctica

Ahora, aquí tienes algunos ejercicios de práctica.

1. Factorizar $x^2 - 9$
2. Factorizar $x^2 + 4x + 4$
3. Factorizar $x^3 - 8$
4. Factorizar $64x^3 + 1$