Factorización de trinomios con coeficiente líder 1

GEMA 1200 - Fundamentos del Álgebra

Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Aguadilla

Práctica de Lección Anterior: Factorizar Mediante Formulas

Factorice las siguientes expresiones:

1. Factorizar $x^2 - 9$
2. Factorizar $x^2 + 4x + 4$
3. Factorizar $x^3 - 8$
4. Factorizar $64x^3 + 1$

Ejercicio 1

Factorizar $x^2 - 9$

Considera $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Solución Ejercicio 1

Factorizar $x^2 - 9$

$$x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

Ejercicio 2

Factorizar $x^2 + 4x + 4$

Considera $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Solución Ejercicio 2

Factorizar $x^2 + 4x + 4$

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

Ejercicio 3

Factorizar $x^3 - 8$

Considera $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Solución Ejercicio 3

Factorizar $x^3 - 8$

$$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

Ejercicio 4

Factorizar $64x^3 + 1$

Considera $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Solución Ejercicio 4

Factorizar $64x^3 + 1$

$$64x^3 + 1 = (4x + 1)(16x^2 - 4x + 1)$$

Introducción

A menudo en las matemáticas, nos encontramos con polinomios que necesitamos factorizar para simplificar o resolver ecuaciones. Una de las formas más comunes de polinomios es el trinomio. Hoy vamos a ver cómo factorizar trinomios cuando el coeficiente líder (el coeficiente del término con el mayor grado) es 1.

Trinomio con coeficiente líder igual a 1

Un trinomio con coeficiente líder igual a 1 es una expresión de la forma $x^2 + bx + c$.
Observe lo siguiente:

$$(x + r)(x + s) = x^2 + xs + rx + rs = x^2 + (r + s)x + rs$$

Comparemos esta ultima expresión con $x^2 + bx + c$:

$$\begin{gathered}(\mathrm{x}+\mathrm{r})(\mathrm{x}+\mathrm{s}) \\ \downarrow \\ x^2 + (r + s)x + rs \\ \downarrow \\ x^2 + bx + c\end{gathered}$$

Esto nos sugiere que para factorizar un trinomio de esta forma ,tenemos que buscar números r y s tales que r+s=b y rs=c (o sea, buscamos dos números que sumen a b y multipliquen a c).

Ejemplo 1

Factorice $x^2 + 5x + 6$.

Ejemplo 1 Resuelto

Factorice $x^2 + 5x + 6$.

Respuesta: Para factorizar $x^2 + 5x + 6$, buscamos dos números que sumen 5 y multipliquen 6. En este caso, los números son 2 y 3. Por lo tanto, $x^2 + 5x + 6$ se factoriza a $(x + 2)(x + 3)$.

Ejemplo 2

Factorice $x^2 - 3x + 2$.

Ejemplo 2

Factorice $x^2 - 3x + 2$.

Respuesta: Consideremos el trinomio $x^2 - 3x + 2$. Buscamos dos números que sumen -3 y multipliquen 2. Los números son -1 y -2. Por lo tanto, $x^2 - 3x + 2$ se factoriza a $(x-1)(x-2)$.

Ejemplo 3

Factorice $x^2 - 2x - 8$.

Ejemplo 3 Resuelto

Factorice $x^2 - 2x - 8$.

Respuesta: Consideremos $x^2 - 2x - 8$. Necesitamos dos números que sumen -2 y multipliquen -8. Los números son -4 y 2. Entonces, $x^2 - 2x - 8$ se factoriza a $(x-4)(x+2)$.

Ejemplo Especial

Puede darse el caso que nos presenten una expresión que a primera instancia parezca que no es un trinomio con coeficiente líder igual a uno, pero al hacer una sustitución termina con la forma de trinomio con coeficiente líder igual a uno.

Considera la expresión $(2x-1)^2+5(2x-1)+6$.

Aquí podemos hacer una sustitución y termina con la forma de un trinomio con coeficiente líder 1.

Continuacion Ejemplo Especial

$(2x-1)^2+5(2x-1)+6$

Ejemplo Especial Resuelto

Considera $(2x-1)^2+5(2x-1)+6$.

Respuesta: Si se hace la sustitucion y = 2x-1 ,nota que la expresion termina siendo entonces y^2+5y+6. Esto ahora tiene la forma de un trinomio con coeficiente líder igual a 1.

Por lo tanto, buscando numeros que multipliquen a 6 y sumen a 5 se encuentra que tienen que ser 3 y 2. Asi entonces

$$y^2+5y+6=(y+3)(y+2)$$

Pero, como y= 2x-1 , esto implica que factoriza como:

$$(2x-1+3)(2x-1+2)=(2x+2)(2x+1)=2(x+1)(2x+1)$$

Ejercicios de práctica

Ahora es tu turno de practicar. Intenta factorizar los siguientes trinomios:

1. $x^2 + 7x + 10$
2. $12 - 8y + y^2$
3. $x^2 - 4x + 4$
4. $(x^2 + 1)^2 + 5(x^2 + 1) - 24$